

Diferencijalna Geometrija: Test 1 14/11/2011

Nema napuštanja ispita u prvih 15 minuta niti u zadnjih 15 minuta ispita.

Test traje 1 sat i 30 minuta.

Imate 5 dodatnih minuta za čitanje pitanja.

Navedeni bodovi su od 40 maksimalnih, po 20 za svaki zadatak.

Koristiti ISKLJUČIVO hemijsku olovku plave ili crne tinte.

Zadatak 1.

- (a) Neka je kriva $t \mapsto \alpha(t)$ data sa

$$\alpha(t) = \left(\frac{t + \sin t}{2}, \frac{-t + \sin t}{2}, \frac{\cos t}{\sqrt{2}} \right).$$

- (i) Nadjite krivinu i torziju krive α . [8]

- (ii) Neka je $t \mapsto \beta(t)$ druga kriva koja ima istu krivinu i torziju kao kriva α . Kakav je odnos između α i β ? [2]

- (b) Dokažite da je $t \mapsto \gamma(t)$ prava linija ako su $\gamma''(t)$ i $\gamma'(t)$ linearno zavisne za sva t . [5]

- (c) Izračunajte dužinu luka krive $t \mapsto e^t(\cos t, \sin t)$ i nadjite parametrizaciju dužinom luka. Zatim izračunajte krivinu funkcije krive. [5]

Zadatak 2.

Neka je $s \mapsto \gamma(s)$ dužinom luka parametrizirana kriva.

- (a) Šta je

- (i) *principalno normalno polje* N krive γ ? [1]

- (ii) *principalni okvir* F krive γ (objasnite sve veličine koje se pojavljuju) [2]

- (b) Formulшите i dokažite *Frenetove jednačine*. [6]

- (c) Kada kažemo da se $t \mapsto F(t) \in SO(3)$ zove prilagodjeni okvir za regularnu krivu $t \mapsto \gamma(t)$? [3]

- (d) Nadjite paralelni prilagodjeni okvir za kružni heliks. [8]