

**UNIVERZITET U TUZLI  
EKONOMSKI FAKULTET**

Finalni ispit iz predmeta Matematika za ekonomiste - Linija II

Grupa A  
(20.01.2012.)

1. (a) Objasniti pojam ranga matrice.  
(b) Izračunati rang matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & -3 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. (a) Pokazati i pojasniti rastavljanje prave razlomljene racionalne funkcije na parcijalne razlomke na primjeru

$$\frac{P(x)}{(x-a)^k(x^2+px+q)^l},$$

gdje je  $P(x)$  polinom stepena manjeg od  $k+l$ ,  $k,l \in \mathbb{N}$ ,  $p^2 - 4q < 0$ .

- (b) Izračunati  $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ .

3. (a) Linearna diferencijalna jednačina prvog reda.  
(b) Naći opće rješenje diferencijalne jednačine  $y' + xy = 2x$ .

4. (a) Navesti Silvesterov kriterij za određivanje ekstrema funkcije više promjenljivih.  
(b) Odrediti ekstreme funkcije

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 20.$$

5. (a) Metod parcijalne integracije u određenom integralu.  
(b) Izračunati

$$\int_0^1 x^2 e^x dx.$$

6. (a) U input-output modelu poznat je vektor  $Q$  output-a svih sektora, tj. novi plan proizvodnje. Kako se određuje vektor  $q$  finalne potražnje svih sektora i medjusektorska potražnja  $Q_{ij}$ ? Napisati odgovarajuće formule.  
(b) U input-output modelu poznat je vektor  $q$  finalne potražnje svih sektora. Kako se određuje vektor  $Q$  output-a svih sektora, tj. novi plan proizvodnje i medjusektorska potražnja  $Q_{ij}$ ? Napisati odgovarajuće formule.

Ime i prezime studenta: .....  
Broj indexa: .....

**UNIVERZITET U TUZLI  
EKONOMSKI FAKULTET**

Finalni ispit iz predmeta Matematika za ekonomiste  
Grupa B  
(20.01.2012.)

1. (a) Definicija linearne nezavisnosti matrica.  
(b) Ispitati linearu nezavisnost matrica:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. (a) Definicija izvoda realne funkcije jedne realne promjenljive. Osobine izvoda.  
(b) Geometrijska interpretacija izvoda realne funkcije jedne realne promjenljive.
3. (a) Pokazati i pojasniti rastavljanje prave razlomljene racionalne funkcije na parcijalne razlomke na primjeru
$$\frac{P(x)}{(x-a)^l(x^2+px+q)^k},$$
gdje je  $P(x)$  polinom stepena manjeg od  $k+l$ ,  $k,l \in \mathbb{N}$ ,  $p^2 - 4q < 0$ .  
(b) Izračunati  $\int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ .
4. (a) Definicija homogene funkcije više promjenljivih.  
(b) Eulerov teorem.  
(c) Odrediti sumu svih koeficijenata parcijalne elastičnosti funkcije

$$f(x,y,z) = \frac{x^2 + y^2}{z} + x \ln\left(\frac{xy}{z^2}\right).$$

5. (a) Metod smjene kod neodređenog integrala.  
(b) Izračunati:

$$\int \frac{dx}{x \ln x}.$$

6. (a) Pokazati kako se određuje funkcija  $y = y(x)$  ako znamo njen koeficijent elastičnosti  $E_{y,x} = f(x)$ .  
(b) Odrediti funkciju ukupnih troškova  $T = T(Q)$  kao funkciju proizvodnje  $Q$ , ako je  $E_{\bar{T},Q} = \frac{Q}{3(Q+7)}$ , a uz jediničnu proizvodnju ukupni troškovi iznose 10, gdje je  $\bar{T}$  prosječni trošak.

Ime i prezime studenta: .....  
Broj indexa: .....