

## Parcijalne diferencijalne jednačine - Vježbe 3

*Predati rad predmetnom profesoru na kraju treće sedmice predavanja*

1. Neka je

$$\partial := \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} - i \frac{\partial}{\partial x_2} \right), \bar{\partial} := \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_1} + i \frac{\partial}{\partial x_2} \right)$$

Dokažite da je  $\Delta = 4\partial\bar{\partial} = 4\bar{\partial}\partial$ . Koristeći Cauchy–Riemannove jednačine, pokažite da je bilo koja analitična funkcija harmonična! Dokažite da su  $Re(u)$  i  $Im(u)$  harmonične za bilo koju harmoničnu funkciju  $u$ .

2. Neka je  $A$  realna ortogonalna matrica, tj.  $A^T = A^{-1}$ . Pokažite da u koordinatama  $y = Ax$  Laplacian

$$\Delta u = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_k^2}$$

uzima uobičajeni oblik

$$\Delta u = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial y_k^2}.$$

(Pomoć: Ako je  $A = (a_{jk})$ , onda je  $y_j = \sum_{k=1}^n a_{jk}x_k$ .)